

文章编号: 1000-8055(2006)04-0711-5

具有干摩擦散乱失谐的 叶盘受迫响应特性

王红建, 贺尔铭, 余仕侠
(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

摘 要: 阻尼件是叶盘结构中起减振作用的主要部件, 而阻尼件的干摩擦散乱失谐会影响其在叶盘振动中的减振作用。本文利用谐波平衡法与快速傅立叶变换技术, 对具有非线性干摩擦力的叶盘受迫响应进行了数学建模, 仿真分析了叶盘系统在各种耦合、粘性阻尼比、干摩擦强度、干摩擦散乱失谐程度等参数影响下的受迫响应规律。研究结果显示, 叶盘系统在弱耦合和粘性阻尼比较大的情况下, 干摩擦散乱失谐会导致叶盘共振幅值显著增大。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 干摩擦散乱失谐; 叶盘; 受迫振动; 非线性; 谐波平衡法
中图分类号: V231.92 **文献标识码:** A

Forced response characteristics of bladed disks with disordered dry friction

WANG Hong-jian, HE Er-ming, YU Shi-xia
(College of Aeronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Dampers in bladed disks are main components for reducing vibration. The dry friction disorder among those dampers can affect their damping performance. In this paper, the harmonic balance method and the technique of fast Fourier transmission were employed to simulate the forced response of bladed disks with nonlinear dry friction. The characteristics of bladed disks with disordered dry friction were investigated and analyzed under different coupling, viscous damping ratio, dry friction strength and the degree of dry friction disorder. The study indicates that the disorder of dry friction can significantly increase the resonant response of bladed disks, especially in the system with weaker coupling and larger viscous damping ratio.

Key words: aerospace propulsion system; dry friction disorder; bladed disk;
forced vibration; nonlinearity; harmonic balance method

涡轮机械常采用安装摩擦阻尼件以抑制叶盘的共振幅值。阻尼件的接触摩擦是非线性的, 通常采用谐波平衡法预测具有非线性力的叶盘受迫响应。如 Wei 和 Pierre^[1] 利用该方法分析了干摩擦阻尼对于近似循环结构的局部化振动的影响; Sanliturk^[2] 等人研究了具有摩擦阻尼件的涡轮叶

片的受迫振动。在以往叶盘失谐研究中, 失谐因素多为对叶片固有频率的随机失谐^[1-6]。而由于阻尼件的安装、磨损等因素的影响, 不同叶片的干摩擦力会产生随机散乱失谐的现象, 即各个叶片的摩擦力不再一致。Petrov 和 Ewins^[7] 研究了接触面性质散乱的失谐叶盘的多谐振动, 但未考虑

收稿日期: 2005-09-23; 修订日期: 2005-12-21

基金项目: 国家自然科学基金资助(50275121)

作者简介: 王红建(1968-), 男, 陕西西安人, 西北工业大学航空学院博士生, 主要从事复杂耦合失谐叶盘振动及局部化的研究。

各种系统参数对叶盘振动的影响。本文以谐波平衡法为基础,结合快速傅立叶变换技术,用多谐波的分析方法对具有干摩擦散乱失谐的叶盘受迫响应进行了仿真计算,分析了具有干摩擦散乱失谐的叶盘在各种系统参数影响下的受迫振动特性。

1 叶盘系统的非线性运动方程

对于具有缘板下阻尼件的叶盘系统,其摩擦阻尼可采用叶片对地的摩擦件来模拟^[1]。其运动方程可表示为:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}(t) + \mathbf{g}(\dot{\mathbf{x}}) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 是位移列矩阵; $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{g}$ 分别是质量、粘性阻尼、刚度、激振力、非线性摩擦力矩阵。在叶盘系统受迫振动分析中,激振力常采用谐和力的形式:

$$f_j(t) = f_0 \cos(\omega t + \psi_j) \quad (2)$$

其中:

$$\psi_j = \frac{2\pi}{N} r(j-1) \quad (j = 1, \dots, N)$$

N 为叶片数, r 为激振力阶次。

摩擦力 g 是粘滞滑动(stick-slip)摩擦力。考虑数值计算的因素,采用如下形式:^[3]

$$g_j(\dot{x}_j) = \begin{cases} -d_j \frac{1}{\lambda} \dot{x}_j, & |\dot{x}_j| \leq \lambda \\ -d_j \operatorname{sgn} \dot{x}_j, & |\dot{x}_j| > \lambda \end{cases} \quad (3)$$

其中: d_j 是摩擦系数与正压力之积, λ 是数值参数。在摩擦力谐调情况下, d_j 值取相同值 d_0 ; 在具有摩擦力散乱失谐的情况下, d_j 值取随机正态分布,均值为 d_0 。

2 多谐波分析方法

采用多个谐波对叶盘系统的运动方程进行谐波平衡分析。设(1)式的解具有如下形式:

$$x_j(t) = \frac{X_{j,c0}}{2} +$$

$$\sum_{n=1}^{NH} X_{j,cn} \cos n\omega t + X_{j,sn} \sin n\omega t \quad (4)$$

其中, NH 是所取谐波的数目。非线性力 $g(\dot{x})$ 可表示为傅立叶级数形式:^[8]

$$g_j(t) = \frac{D_{j,c0}}{2} +$$

$$\sum_{n=1}^{NH} D_{j,cn} \cos n\omega t + D_{j,sn} \sin n\omega t \quad (5)$$

其中的系数为:

$$D_{j,cn}(X) =$$

$$\frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos(n\omega t) g_j(\dot{x}_j) dt \quad (6)$$

$$D_{j,sn}(X) =$$

$$\frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin(n\omega t) g_j(\dot{x}_j) dt \quad (7)$$

将公式(2)、(4)、(5)代入公式(1)中,将各阶谐波项系数整理后可得如下式子:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{X} - \mathbf{F} - \mathbf{D}(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (8)$$

为便于分析,可将各谐波系数按部件和阶次进行排列。激振力矩阵 $\mathbf{F}$ 和系数矩阵 $\mathbf{S}$ 可通过公式(1)和(2)的简单变换得到。用 Newton-Raphson 迭代法对公式(8)进行求解。设残量矩阵为:

$$\mathbf{R}(\mathbf{X}) = \mathbf{S} \cdot \mathbf{X} - \mathbf{F} - \mathbf{D}(\mathbf{X}) \quad (9)$$

迭代法步长的计算需要求解 $\mathbf{D}(\mathbf{X})$ 和 $\partial \mathbf{D} / \partial \mathbf{X}$ 。首先将公式(5)、(6)进行数值离散,离散点数 NP 取为2的幂以提高求解效率。时间步长及所对应的位移和速度为:

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega NP}, \quad x_k = x(k\Delta t)$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}(k\Delta t)$$

$$(k = 1, \dots, NP-1) \quad (10)$$

离散数值求解的系数为:

$$D_{j,cn}(X) = \frac{\omega}{\pi} \cdot$$

$$\sum_{k=0}^{NP-1} \cos\left(\frac{2\pi}{NP} nk\right) g_j(\dot{x}_j) \quad (11)$$

$$D_{j,sn}(X) = \frac{\omega}{\pi} \cdot$$

$$\sum_{k=0}^{NP-1} \sin\left(\frac{2\pi}{NP} nk\right) g_j(\dot{x}_j) \quad (12)$$

其中: g_j 由公式(3)给出。公式(11)、(12)可由快速傅立叶变换法一次求出。矩阵 $\partial \mathbf{D} / \partial \mathbf{X}$ 是 $(2NH+1) \times (2NH+1)$ 的块矩阵,每个块矩阵都是 $N \times N$ 的叶片块矩阵,而叶片块矩阵的大小由每个叶片的自由度决定。 $\partial \mathbf{D} / \partial \mathbf{X}$ 中的块矩阵可分为4类: $\partial D_{cn} / \partial X_{cm}$, $\partial D_{cn} / \partial X_{sm}$, $\partial D_{sn} / \partial X_{cm}$, $\partial D_{sn} / \partial X_{sm}$, 其中 $n, m = 1, \dots, NH$ 的块矩阵是受摩擦力影响的非零矩阵,当 n 或 m 等于0时为零矩阵。

$$\frac{\partial D_{j, cn}(X)}{\partial X_{j, cm}} = \frac{\omega}{\pi} \sum_{k=0}^{NP-1} \cos\left(\frac{2\pi}{NP} nk\right) \frac{\partial g_{j, k}(x_{j, k})}{\partial x_k}$$

(13)

$$\frac{\partial g_{j, k}}{\partial X_{j, cm}} = \frac{\partial g_{j, k}}{\partial \dot{x}_k} \cdot \frac{\partial \dot{x}_k}{\partial X_{j, cm}}$$

(14)

从公式(3)、(4)式可知:

$$\frac{\partial \dot{x}_k}{\partial X_{j, cm}} = -m\omega \sin\left(\frac{2\pi}{NP} mk\right)$$

(15)

$$\frac{\partial g_{j, k}}{\partial \dot{x}_k} = \begin{cases} -d_j/\lambda, & |\dot{x}_j| \leq \lambda \\ 0, & |\dot{x}_j| > \lambda \end{cases}$$

(16)

将公式(14)代入公式(13), 再利用三角变换, 最后可化为:

$$\frac{\partial D_{j, cn}(X)}{\partial X_{j, am}} = -\frac{m\omega^2}{2\pi} \cdot \sum_{k=0}^{NP-1} \left[\sin\frac{2\pi}{NP}(n+m)k - \sin\frac{2\pi}{NP}(n-m)k \right] \frac{\partial g_{j, k}}{\partial \dot{x}_k}$$

(17)

系数 $\frac{\partial D_{j, cn}(X)}{\partial X_{j, sm}}$, $\frac{\partial D_{j, sn}(X)}{\partial X_{j, am}}$ 和 $\frac{\partial D_{j, sn}(X)}{\partial X_{j, sm}}$ 可

用同样方法得到。以上4种系数可以用快速傅立叶变换技术一次求出, 从而显著提高了数值计算效率。

3 算例与分析

本文采用具有干摩擦的质量- 弹簧模型(如图1), 该模型可以很方便地调整各种系统参数以利于参数分析, 以揭示叶盘系统在各种参数状态下的一般性振动规律。

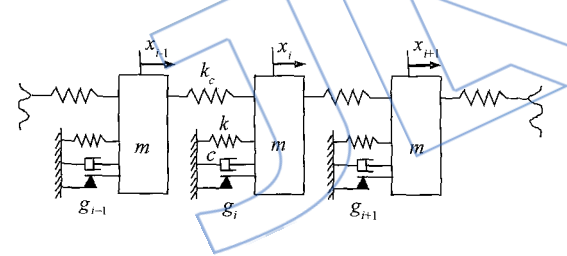


图1 叶盘模型
Fig.1 Model of bladed disks

定义图1系统模型参数如下: N 为叶片数目, m 为叶片的质量, k 为叶片的刚度, k_c 为叶片间耦合刚度, c 为叶片粘性阻尼, ω 为激振力频率, ω_b 为叶片的固有频率, $\Omega = \omega/\omega_b$ 为频率参数, σ 为失谐项的标准差, $\xi = c/2\sqrt{km}$ 为阻尼比, $R^2 = k_c/k$ 为叶片间耦合强度, g_i 为第 i 个叶片的摩擦力, $p = f_0/d_0$ 为激振力幅值与摩擦力幅值之比, x_i 为第 i 个叶片的位移。

用2个算例来验证上述多谐波法的有效性。采用多谐波法和四阶龙格-库塔数值积分法对叶盘受迫响应分别进行计算, 取激振力阶次 $r=1$, 计算结果如图2所示。从图2可知, 当 p 较大时

(图2(a)), 一次谐波就可得出精确结果; 当 p 较小时(图2(b)), 只有包含有高阶谐波项的方法才能得出较为精确的结果。因此本文采用的方法对于分析具有干摩擦的叶盘系统是可行的。

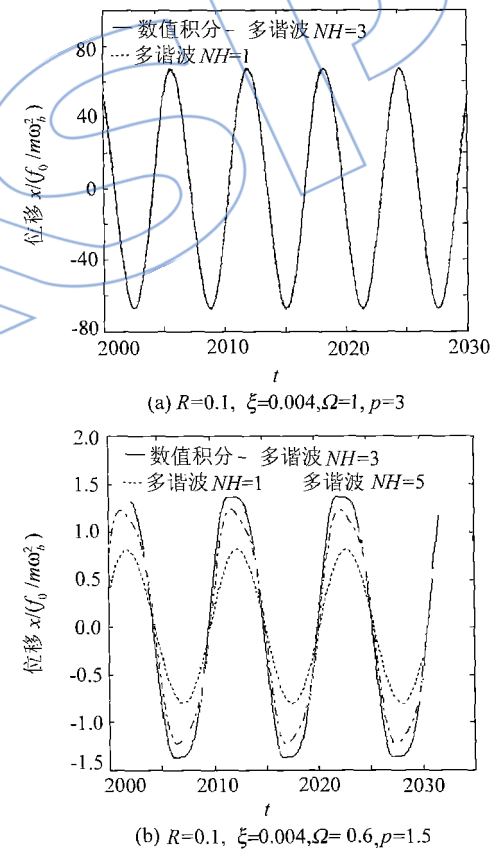


图2 叶盘受迫响应的多谐波法与数值积分法比较图

Fig. 2 Comparison of multi harmonic method with numerical integration method

算例图3~图6均采用3个谐波($NH=3$)、激振力阶次 $r=1$ 、干摩擦散乱失谐度 $\sigma \approx 4\%$ (图6

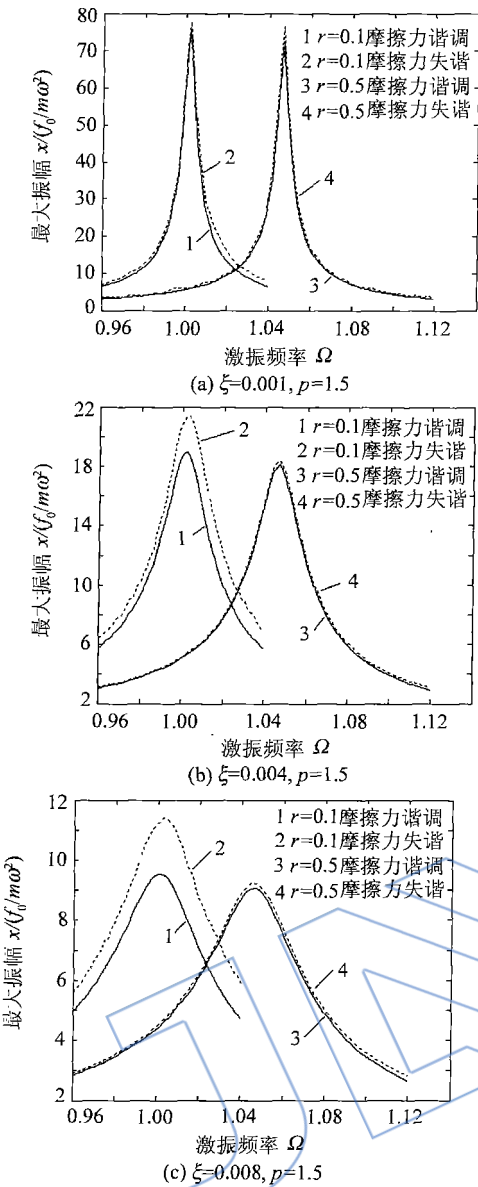


图 3 耦合强度影响下的叶盘响应曲线

Fig.3 Effect curves of the strength of coupling

算例除外) 进行仿真计算。

3.1 耦合强度的影响

本文考虑叶片间耦合主要来自轮盘, 不涉及它们之间的刚度影响, 而只做参数分析。从图 3 可以看到, 干摩擦散乱失谐在不同耦合强度下对叶盘受迫响应的影响存在较大差异。当叶盘系统为弱耦合时, 干摩擦散乱失谐使具有较大粘性阻尼比的叶盘系统的共振幅值明显增大, 如图 3(b) 和图 3(c), 系统的共振幅值分别增加了 16% 和 22%; 而其对具有较小粘性阻尼比的叶盘系统的共振幅值影响较小。干摩擦散乱失谐对于强耦合系统的共振幅值影响较小。

3.2 粘性阻尼比的影响

在弱耦合叶盘系统中(图 4(a)), 干摩擦散乱失谐使粘性阻尼比对叶盘共振幅值的抑制作用降低, 尤其是对具有较大粘性阻尼比的叶盘系统。在强耦合系统中, 粘性阻尼比对摩擦力失谐或谐调的系统共振幅值的影响基本相同。

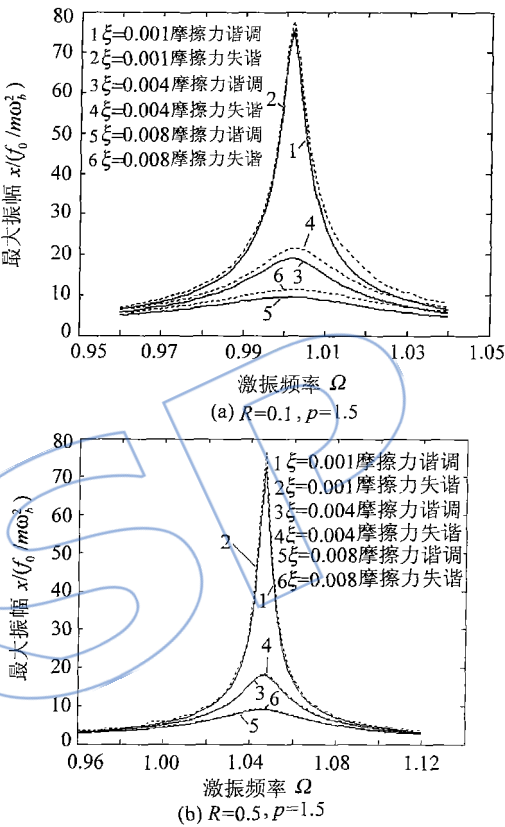


图 4 粘性阻尼比影响下的叶盘响应曲线

Fig.4 Effect curves of viscous damping ratio

3.3 激振幅值与摩擦力幅值比的影响

干摩擦散乱失谐增强了激振力幅值与干摩擦力幅值比(p 值) 对叶盘共振幅值的影响(图 5), 特别是在 p 值较小的系统中, 干摩擦散乱失谐使系统的共振幅值明显增大。干摩擦失谐对 p 值较大的系统共振幅值影响较小, 这说明干摩擦散乱失谐主要影响摩擦力较强系统的共振幅值。

3.4 干摩擦散乱失谐程度的影响

干摩擦散乱失谐程度的增加使叶盘系统的共振幅值明显增大(图 6), 也在一定程度上增大了系统的共振区域和共振频率。这说明干摩擦散乱失谐削弱了阻尼件的减振性能, 并且这种减振性能会随着散乱失谐程度的增加而进一步降低。

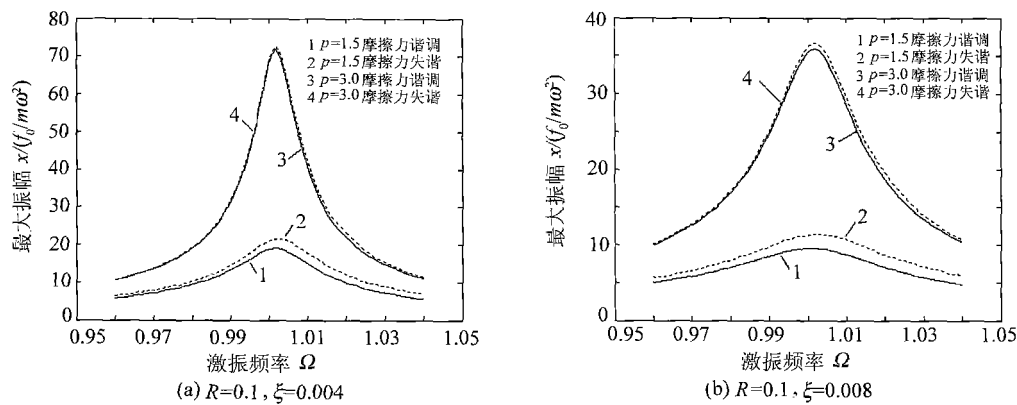


图 5 激振力与摩擦力幅值比影响下的叶盘响应曲线
Fig. 5 Effect curves of the amplitude ratio of excitation to dry friction

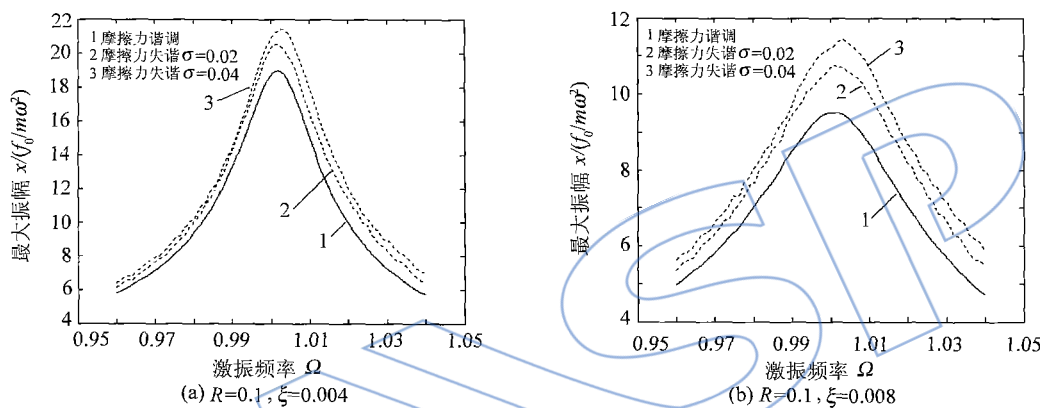


图 6 干摩擦散乱失谐程度影响下的叶盘响应曲线
Fig. 6 Effect curves of the disordered degree of dry friction

4 结 论

本文利用谐波平衡法与快速傅立叶变换技术,对具有干摩擦散乱失谐的叶盘系统在各种系统参数影响下的受迫响应特性进行了仿真分析。研究表明:

- (1) 在粘性阻尼比较大的弱耦合叶盘系统中,干摩擦散乱失谐使系统的共振幅值显著增大,但其对强耦合系统的共振幅值影响较小。
- (2) 干摩擦散乱失谐削弱了粘性阻尼比对叶盘系统共振幅值的抑制作用;增加了具有较强干摩擦力系统的共振幅值。
- (3) 干摩擦散乱失谐会损伤阻尼件的减振性能,而干摩擦散乱失谐程度的增加会导致阻尼件的减振性能进一步降低。

参考文献:

[1] Wei S T, Pierre C. Effects of dry friction damping on the occurrence of localized forced vibrations in nearly cyclic structures[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 129(3):

397-416.
[2] Sanliturk K Y, Imregun M. Harmonic balance vibration analysis of turbine blades with friction dampers[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1997, 119: 96-103.
[3] Berthillier M, Dupont C. Blades forced response analysis with friction dampers[J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1998, 120: 468-474.
[4] Cardona A. A multiharmonic method for nonlinear vibration analysis[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1994, 37: 1593-1608.
[5] Cameron T M, Griffin J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1989, 56: 149-154.
[6] 李琳. 非谐带冠叶盘系统动特性的统计特征[J]. *航空学报*, 2000, 21(5): 405-408.
Li Lin. Statistics of dynamic characteristics of mistuned shrouded blisk[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2000, 21(5): 405-408.
[7] Petrov E P, Ewins D J. Method for analysis of nonlinear multiharmonic vibrations of mistuned bladed disks with scatter of contact interface characteristics[J]. *ASME Journal of Turbomachinery*, 2005, 127: 128-136.